



**Πανεπιστήμιο Κύπρου**  
**Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών**  
**και Μηχανικών Περιβάλλοντος**

**ΠΠΜ 325: Ανάλυση Κατασκευών με Η/Υ**

Ακαδημαϊκό Έτος 2023-24, Εαρινό Εξάμηνο

**2<sup>η</sup> Πρόοδος**

10:30-11:30 π.μ. (60 λεπτά), Πέμπτη, 21 Μαρτίου, 2024

Όνομα:	
Επίθετο:	
Ταυτότητα:	
Τηλ. Επικοινωνίας:	
E-mail:	

**Διαβάστε προσεκτικά τις πιο κάτω οδηγίες, προτού αρχίσει η εξέταση:**

- Δεν επιτρέπεται** η χρήση οποιουδήποτε άλλου χαρτιού πέρα από τα φύλλα χαρτιού που θα σας δοθούν.
- Κατά τη διάρκεια της εξέτασης **απαγορεύεται:**
  - οποιαδήποτε συνεργασία, συνομιλία ή επικοινωνία με συμφοιτητές/ριες σας
  - η ανταλλαγή οποιωνδήποτε αντικειμένων με συμφοιτητές/ριες σας
  - η χρήση κινητών τηλεφώνων τα οποία θα πρέπει να απενεργοποιηθούν άμεσα
- Ισχύουν όλοι οι Κανόνες Εξετάσεων του Πανεπιστημίου Κύπρου.

**Έχω διαβάσει προσεκτικά και κατανοήσει πλήρως τις πιο πάνω οδηγίες.**

Υπογραφή: .....

Πρόβλημα	Μονάδες	Βαθμός
1	10	
2	8	
3	6	
4	12	
5	24	
6	40	
		<b>Τελικός Βαθμός:</b>

**Άσκηση 1: [ 10 μονάδες ] Ζητούνται πολύ σύντομες και συνοπτικές απαντήσεις**

(α) Ποιες αρχικές σχετικές μετακινήσεις θα πρέπει να επιβληθούν σε ένα πολυβάθμιο σύστημα (ΠΒΣ), ως αρχικές συνθήκες, ώστε, εάν αφεθεί ελεύθερο με αυτές για να εκτελέσει ελεύθερη ταλάντωση, η κίνηση να είναι αρμονική, και πόσο χρόνο θα χρειαστεί για να εκτελέσει ένα κύκλο ταλάντωσης;

(β) Πόσα, σε ποιες διευθύνσεις και τι τύπου (μεταθεσιακά/στροφικά) ελατήρια μπορούν να χρησιμοποιηθούν κατά την ανάλυση ενός επίπεδου πλαισίου (X-Y, οριζόντιο/κατακόρυφο, επίπεδο) ώστε να μπορεί να ληφθεί υπόψη η παραμορφωσιμότητα του εδάφους στήριξης;

(γ) Κατά τη δυναμική ανάλυση του προαναφερθέντα πλαισίου, ποιο ελατήριο, εάν χρησιμοποιηθεί, απαιτεί ιδιαίτερη προσοχή και εξηγήστε ακριβώς για ποιο λόγο;

**Άσκηση 2:** [8 μονάδες]

Περιγράψτε:

(α) Ποια είναι τα δεδομένα σε σχέση με την επιβαλλόμενη σεισμική διέγερση (π.χ. σε ποια μορφή δίνονται, πως και από που προέκυψαν, κ.λπ.) που χρησιμοποιούνται κατά τη Φασματική ανάλυση και ποια κατά τη Δυναμική ανάλυση ΠΒΣ με τη Μέθοδο της Επαλληλίας των Ιδιομορφών.

(β) Και, ποια είναι τα αποτελέσματα της καθεμιάς μεθόδου (π.χ., περιγραφή, ακρίβεια και σε ποια μορφή δίδονται τα αποτελέσματα), επισημαίνοντας την κύρια διαφορά τους όσον αφορά το τι μας παρέχουν.

**Άσκηση 3:** [6 μονάδες]

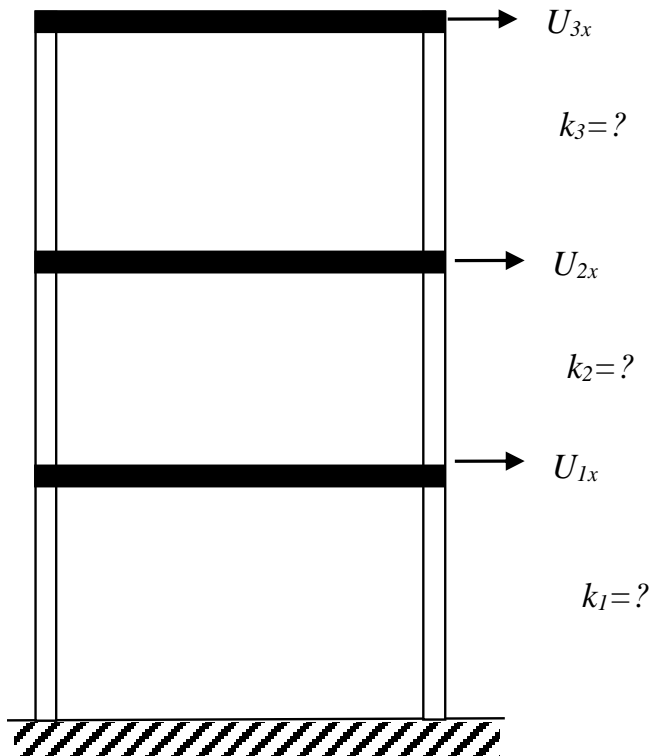
Σύμφωνα με όσα μάθαμε μέσω των πειραμάτων ΠΒΣ με 2 δυναμικούς ΒΕ με τη σεισμική τράπεζα, περιγράψτε πως μπορούμε πρακτικά να εκτιμήσουμε και με ποια σειρά τις δύο ιδιοσυχνότητες ενός ΠΒΣ, αξιοποιώντας τη δυνατότητα να επιβάλουμε αρμονική διέγερση με μεταβαλλόμενη συχνότητα διέγερσης, ξεκινώντας από μηδενική συχνότητα διέγερσης και αυξάνοντας τη συχνότητα διέγερσης;

**Άσκηση 4:** [12 μονάδες]

Εάν το πιο κάτω επίπεδο τριώροφο πλαίσιο, το οποίο μπορεί να θεωρηθεί ότι έχει συμπεριφορά διατμητικού προβόλου, σε μια συγκεκριμένη χρονική στιγμή, κατά τη διάρκεια μιας σεισμικής διέγερσης, έχει μετακινήσεις του 1<sup>ου</sup>, 2<sup>ου</sup> και 3<sup>ου</sup> ορόφου σε σχέση με το έδαφος ίσες με **4**, **6** και **7** εκατοστά και τέμνουσες **8 MN**, **3 MN** και **1 MN** στον 1<sup>ο</sup>, 2<sup>ο</sup> και 3<sup>ο</sup> όροφο, αντίστοιχα.

Υπολογίστε τις δυσκαμψίες των ορόφων,  $k_1$ ,  $k_2$  και  $k_3$ , και σχηματίστε το μητρώο δυσκαμψίας  $K$  που συνδέει τα εξωτερικά επιβαλλόμενα οριζόντια φορτία,  $R_{1x}$ ,  $R_{2x}$  και  $R_{3x}$ , στους 3 ορόφους με τις αντίστοιχες μετακινήσεις,  $U_{1x}$ ,  $U_{2x}$  και  $U_{3x}$ .

$$\begin{bmatrix} R_{1x} \\ R_{2x} \\ R_{3x} \end{bmatrix}_i = \begin{bmatrix} ? & ? & ? \\ ? & ? & ? \\ ? & ? & ? \end{bmatrix}_i \cdot \begin{bmatrix} U_{1x} \\ U_{2x} \\ U_{3x} \end{bmatrix}_i = K \cdot U$$





**Άσκηση 5:** [24 μονάδες]

Θεωρήστε ότι έχει πραγματοποιηθεί δυναμική ανάλυση ενός πολυβαθμίου συστήματος (ΠΒΣ), το οποίο μοντελοποιείται σαν διατμητικός πρόβολος με ένα δυναμικό βαθμό ελευθερίας ανά όροφο, και οι σχετικές (ως προς το έδαφος) μετακινήσεις των ορόφων που έχουν υπολογιστεί, για τις χρονικές στιγμές για τις οποίες έγινε η αριθμητική ολοκλήρωση, έχουν αποθηκευτεί σε στήλες, σε ένα πίνακα με το όνομα **uR**, μαζί με τις τιμές του χρόνου.

Συγκεκριμένα, η 1<sup>η</sup> στήλη του πίνακα **uR** περιέχει τις τιμές των χρονικών στιγμών για τις οποίες έγινε η δυναμική ανάλυση, οι οποίες έχουν ένα σταθερό χρονικό διάστημα μεταξύ τους, το βήμα ολοκλήρωσης. Οι υπόλοιπες στήλες του πίνακα **uR** (π.χ. η 2<sup>η</sup>, 3<sup>η</sup>, 4<sup>η</sup>, κ.λπ.) παρέχουν τις σχετικές μετακινήσεις των ορόφων (π.χ. του 1<sup>ου</sup>, 2<sup>ου</sup>, 3<sup>ου</sup>, κ.λπ.) και είναι τόσες όσες είναι ο συνολικός αριθμός των ορόφων.

Ζητείται να δώσετε τις κατάλληλες εντολές Matlab ώστε να:

(α) Προσδιορίστε και αποθηκεύστε, στη μεταβλητή **dt**, το χρονικό διάστημα που χρησιμοποιήθηκε στη δυναμική ανάλυση του ΠΒΣ, του οποίου οι χρονοϊστορίες των σχετικών μετακινήσεων παρέχονται στον πίνακα **uR**.

(β) Προσδιορίστε και αποθηκεύστε, στη μεταβλητή **nFloors**, τον αριθμό των ορόφων του ΠΒΣ του οποίου οι χρονοϊστορίες των σχετικών μετακινήσεων παρέχονται στον πίνακα **uR**.

(γ) Προσδιορίστε και αποθηκεύστε, στη μεταβλητή **nSteps**, τον αριθμό των χρονικών στιγμών για τις οποίες έχετε τις χρονοϊστορίες των σχετικών μετακινήσεων στον πίνακα **uR**.

(δ) Αποθηκεύστε στο διάνυσμα **t** τις τιμές των χρονικών στιγμών για τις οποίες έγινε η δυναμική ανάλυση, δηλαδή την 1<sup>η</sup> στήλη του πίνακα **uR**.

(ε) Υπολογίστε και αποθηκεύστε, σε ένα άλλο πίνακα με το όνομα **dU**, τις διαφορικές μετακινήσεις μεταξύ των ορόφων (π.χ. μεταξύ του 1<sup>ου</sup> με το έδαφος, μεταξύ του 2<sup>ου</sup> και 1<sup>ου</sup> ορόφου, μεταξύ του 3<sup>ου</sup> και 2<sup>ου</sup> ορόφου, μεταξύ του 4<sup>ου</sup> και 3<sup>ου</sup> ορόφου, κ.λπ.) σε αντίστοιχες στήλες (π.χ. 1<sup>η</sup>, 2<sup>η</sup>, 3<sup>η</sup>, 4<sup>η</sup>, κ.λπ.) που αντιστοιχούν στις χρονικές στιγμές που θα πρέπει να αποθηκευτούν στην 1<sup>η</sup> στήλη του πίνακα **dU**.

(ζ) Σχεδιάστε στο σχήμα (figure) 3 χωρίζοντας το σε **nFloors** αριθμό γραμμών και 1 στήλη υποσχημάτων (subplots), τις χρονοϊστορίες των διαφορικών μετακινήσεων μεταξύ των ορόφων, με τις διαφορικές μετακινήσεις του 1<sup>ου</sup> ορόφου με το έδαφος στο 1<sup>ο</sup> σχήμα από κάτω, τις διαφορικές μετακινήσεις μεταξύ του 2<sup>ου</sup> και του 1<sup>ου</sup> ορόφου στο 2<sup>ο</sup> σχήμα από κάτω, τις διαφορικές μετακινήσεις μεταξύ του 3<sup>ου</sup> και του 2<sup>ου</sup> ορόφου στο 3<sup>ο</sup> υποσχήμα από κάτω, κ.λπ.







**Άσκηση 6:** [40 μονάδες]

Δίνεται η μονώροφη κατασκευή του πιο κάτω σχήματος, η οποία μπορεί να θεωρηθεί ότι συμπεριφέρεται σαν διαμητικός πρόβολος με ένα βαθμό ελευθερίας μετακίνησης (οριζόντια) στη Χ διεύθυνση και οριζόντια δυσκαμψία  $k=200 \text{ MN/m}$  και μάζα  $m=90 \text{ τόνους}$ , θεωρώντας λόγο ιξώδους απόσβεσης  $3 \%$ .

(α) Υπολογίστε την μέγιστη σχετική (διαφορική) μετακίνηση της μονοβάθμιας κατασκευής για το σεισμό του οποίου το φάσμα ψευδοεπιταχύνσεων δίνεται στη συνέχεια.

(β) Εάν η κατασκευή μονωθεί σεισμικά, εισάγοντας το σύστημα σεισμικής μόνωσης κάτω από το διάφραγμα που θα προστεθεί στη βάση της κατασκευής μάζας  $100 \text{ τόνων}$  εκτιμήστε τη δυσκαμψία,  $k_{iso}$ , που θα πρέπει να έχει το σύστημα σεισμικής μόνωσης για να πενταπλασιαστεί η θεμελιώδης ιδιοπερίοδος της σεισμικά μονωμένης κατασκευής. Για τον προσεγγιστικό προσδιορισμό της δυσκαμψίας της σεισμικής μόνωσης μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μονοβάθμιο σύστημα (ΜΒΣ).

(γ) Δώστε τις απαραίτητες εντολές σε Matlab για να υπολογιστούν με ακρίβεια οι γωνιακές ιδιοσυχνότητες,  $\omega_1$  και  $\omega_2$ , οι ιδιοπερίοδοι  $T_1$  και  $T_2$ , και οι ιδιομορφές της σεισμικά μονωμένης κατασκευής,  $\phi_1$  και  $\phi_2$ , αφού ορίσετε τα μητρώα μάζας  $M$  και δυσκαμψίας  $K$  του σεισμικά μονωμένου κτηρίου.

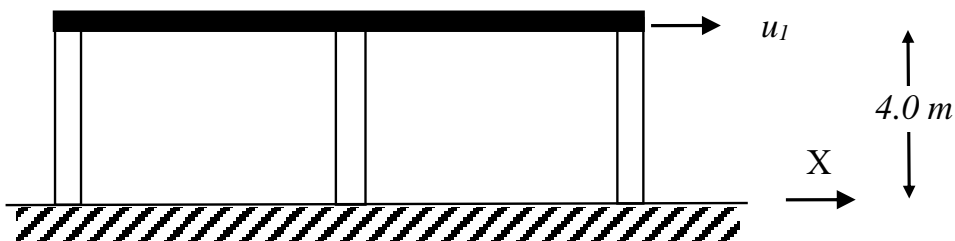
Εάν οι εντολές που θα δώσετε στο προηγούμενο ερώτημα είναι σωστές, θα υπολογιστούν οι εξής ιδιοσυχνότητες και ιδιομορφές, τις οποίες μπορείτε να χρησιμοποιήσετε στα επόμενα ερωτήματά της άσκησης:

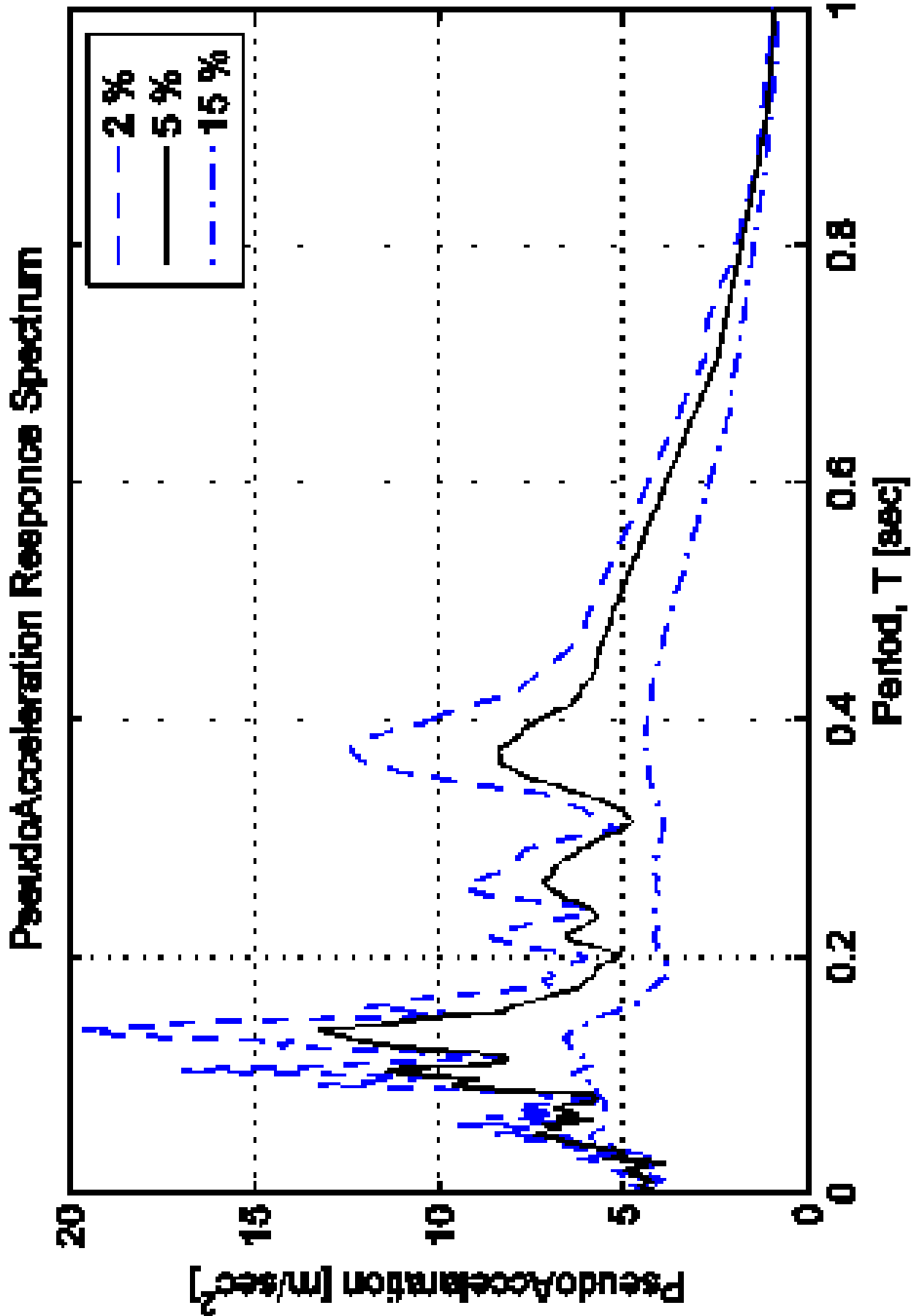
$$\omega_1 = 9.34 \text{ rad/sec}, \quad \phi_1 = [0.961 \ 1.00] \quad , \quad \omega_2 = 65.6 \text{ rad/sec}, \quad \phi_2 = [-0.937 \ 1.00]$$

(δ) Υπολογίστε τις ενεργές ιδιομορφικές μάζες των δύο ιδιομορφών της σεισμικά μονωμένης κατασκευής και σχολιάστε τη σχετική σημασία τους.

(ε) Εκτιμήστε τη μέγιστη διαφορική μετακίνηση (παραμόρφωση ορόφου) για την ίδια σεισμική διέγερση, θεωρώντας λόγο απόσβεσης  $15\%$  για την 1<sup>η</sup> ιδιομορφή και  $2\%$  για τη 2<sup>η</sup> ιδιομορφή, και συγκρίνετέ την με την αντίστοιχη σχετική μετακίνηση (interstory drift) που υπολογίσατε για τη συμβατικά θεμελιωμένη κατασκευή.

(στ) Εκτιμήστε το ελάχιστο διάκενο που απαιτείται για να αποφευχθεί σύγκρουση της κατασκευής με τον περιμετρικό τοίχο στο επίπεδο της σεισμικής μόνωσης για τη συγκεκριμένη σεισμική διέγερση.

















### Χρήσιμες Σχέσεις

$$m \cdot \ddot{u}(t) + k \cdot u(t) = 0 \quad \Rightarrow \quad u(t) = u(0) \cdot \cos(\omega_n \cdot t) + \frac{\dot{u}(0)}{\omega_n} \cdot \sin(\omega_n \cdot t),$$

$$m \cdot \ddot{u}(t) + c \cdot \dot{u}(t) + k \cdot u(t) = 0 \quad \omega_n = \sqrt{k/m} \quad \omega_D = \omega_n \cdot \sqrt{1 - \zeta^2} \quad \zeta = c/C_{cr} = c/(2 \cdot m \cdot \omega_n)$$

$$\Rightarrow \quad u(t) = \left( u(0) \cdot \cos(\omega_D \cdot t) + \frac{\dot{u}(0) + \omega_n \cdot \zeta \cdot u(0)}{\omega_D} \cdot \sin(\omega_D \cdot t) \right) \cdot e^{-\omega_n \cdot \zeta \cdot t}$$

$$\underline{M} \cdot \ddot{\underline{u}}(t) + \underline{K} \cdot \underline{u}(t) = \underline{0} \quad (\underline{K} - \underline{M} \cdot \omega_n^2) \cdot \underline{\Phi}_n = 0 \quad \Rightarrow \quad \omega_n = \frac{2\pi}{T_n} \quad \Rightarrow \quad f_n = \frac{1}{T_n} \quad \Rightarrow \quad T_n = \frac{2\pi}{\omega_n}$$

$$\underline{u}_n(t) = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_N \end{bmatrix} = q_n(t) \cdot \begin{bmatrix} \Phi_{1n} \\ \Phi_{2n} \\ \vdots \\ \Phi_{Nn} \end{bmatrix} = q_n(t) \cdot \underline{\Phi}_n \quad \omega_n = \sqrt{\frac{\underline{\Phi}_n^T \cdot \underline{K} \cdot \underline{\Phi}_n}{\underline{\Phi}_n^T \cdot \underline{M} \cdot \underline{\Phi}_n}} = \sqrt{\frac{k_n}{m_n}}$$

$$c_n = \alpha \cdot m_n + \beta \cdot k_n \quad \rightarrow \quad \zeta_n = \frac{\alpha}{2 \cdot \omega_n} + \frac{\beta \cdot \omega_n}{2} \quad \Rightarrow \quad \underline{C} = \alpha \cdot \underline{M} + \beta \cdot \underline{K}$$

$$\underline{u}(t) = q_1(t) \cdot \underline{\Phi}_1 + q_2(t) \cdot \underline{\Phi}_2 + \dots + q_N(t) \cdot \underline{\Phi}_N = \sum_{n=1}^N q_n(t) \cdot \underline{\Phi}_n$$

$$m_n = \underline{\Phi}_n^T \cdot \underline{M} \cdot \underline{\Phi}_n \quad c_n = \underline{\Phi}_n^T \cdot \underline{C} \cdot \underline{\Phi}_n \quad k_n = \underline{\Phi}_n^T \cdot \underline{K} \cdot \underline{\Phi}_n$$

$$\underline{M} \cdot \ddot{\underline{u}}(t) + \underline{C} \cdot \dot{\underline{u}}(t) + \underline{K} \cdot \underline{u}(t) = -\underline{M} \cdot \underline{\iota} \cdot \ddot{u}_g(t) = \underline{P}_{eff}(t)$$

$$\underline{u}(t) = \sum_{n=1}^N q_n(t) \cdot \underline{\Phi}_n \quad \Rightarrow \quad \dot{\underline{u}}(t) = \sum_{n=1}^N \dot{q}_n(t) \cdot \underline{\Phi}_n \quad \Rightarrow \quad \ddot{\underline{u}}(t) = \sum_{n=1}^N \ddot{q}_n(t) \cdot \underline{\Phi}_n \quad \Gamma_n = \frac{\underline{\Phi}_n^T \cdot \underline{M} \cdot \underline{\iota}}{\underline{\Phi}_n^T \cdot \underline{M} \cdot \underline{\Phi}_n} = \frac{\underline{\Phi}_n^T \cdot \underline{M} \cdot \underline{\iota}}{m_n}$$

$$\ddot{q}_n(t) + 2 \cdot \zeta \cdot \omega_n \cdot \dot{q}_n(t) + \omega_n^2 \cdot q_n(t) = -\Gamma_n \cdot \ddot{u}_g(t)$$

$$\underline{u}_n(t) = \underline{\Phi}_n \cdot q_n(t) = \underline{\Phi}_n \cdot \Gamma_n \cdot h_n(t)$$

$$\underline{u}(t) = \sum_{n=1}^N \underline{u}_n(t) = \sum_{n=1}^N \underline{\Phi}_n \cdot q_n(t) = \sum_{n=1}^N \underline{\Phi}_n \cdot \Gamma_n \cdot h_n(t)$$

$$\underline{E}_n^M = \Gamma_n \cdot \underline{M} \cdot \underline{\Phi}_n \quad \Rightarrow \quad \underline{E}_n(t) = \underline{E}_n^M \cdot A_n(t)$$

$$u_j^{static} = \frac{\Gamma_n}{\omega_n^2} \cdot \Phi_{jn}, \quad \Delta u_j^{static} = \frac{\Gamma_n}{\omega_n^2} \cdot (\Phi_{jn} - \Phi_{j-1,n})$$

$$s_n(t) = s_n^{static} \cdot A_n(t) \quad \Rightarrow \quad s(t) = \sum_{n=1}^N s_n(t)$$

$$\underline{u}_n(t) = \Gamma_n \cdot \underline{\Phi}_n \cdot h_n(t) \quad \Rightarrow \quad \underline{u}(t) = \sum_{n=1}^N \underline{u}_n(t)$$

$$A_n^{max} = S_a(\Gamma_n, \zeta_n) \quad \Rightarrow \quad s_n^{max} = s_n^{static} \cdot S_a(\Gamma_n, \zeta_n)$$

$$\text{Κανόνας SRSS: } S_{max} = \sqrt{\sum_{n=1}^N (S_n^{max})^2} = \sqrt{(S_1^{max})^2 + (S_2^{max})^2 + \dots + (S_N^{max})^2}$$