



Πανεπιστήμιο Κύπρου
Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών
και Μηχανικών Περιβάλλοντος

ΠΠΜ 221: Ανάλυση Κατασκευών με Μητρώα

Ακαδημαϊκό Έτος 2022–23, Εαρινό Εξάμηνο

2^η Πρόοδος

9:00-10:00 μ.μ. (60 λεπτά)

Δευτέρα, 20 Μαρτίου, 2023

Όνομα:	
Επίθετο:	
Αριθμός Ταυτότητας:	
Τηλεφ. Επικοινωνίας:	

Διαβάστε προσεκτικά τις πιο κάτω οδηγίες, χωρίς να γυρίσετε σελίδα προτού αρχίσει η εξέταση, και υπογράψτε:

1. **Δεν επιτρέπεται** η χρήση οποιουδήποτε άλλου χαρτιού πέρα από τα φύλλα χαρτιού που θα σας δοθούν.
2. Κατά την διάρκεια της εξέτασης **απαγορεύεται:**
 - οποιαδήποτε συνεργασία, συνομιλία ή με οποιοδήποτε άλλο τρόπο επικοινωνία με συμφοιτητές σας
 - η ανταλλαγή οποιωνδήποτε αντικειμένων με συμφοιτητές/ριες σας
 - η χρήση κινητών τηλεφώνων τα οποία θα πρέπει να απενεργοποιηθούν αμέσως
3. Αποχώρηση από τον χώρο εξέτασης επιτρέπεται μόνο 15 λεπτά μετά την έναρξη της εξέτασης, ενώ δεν επιτρέπεται αποχώρηση από τον χώρο της εξέτασης τα τελευταία 15 λεπτά πριν από τη λήξη της εξέτασης.
4. Ισχύουν όλοι οι Κανόνες Εξετάσεων του Πανεπιστημίου.

Έχω διαβάσει προσεκτικά και κατανοήσι πλήρως τις πιο πάνω οδηγίες.

Υπογραφή:

Πρόβλημα	Μονάδες	Βαθμός
1	4	
2	18	
3	19	
4	12	
5	24	
6	23	
		Τελικός Βαθμός:

Άσκηση 1: [4 μονάδες]

Εξηγήστε γιατί οι μέθοδοι δυσκαμψίας ή μετακινήσεων ονομάζονται έτσι, συγκεκριμένα:

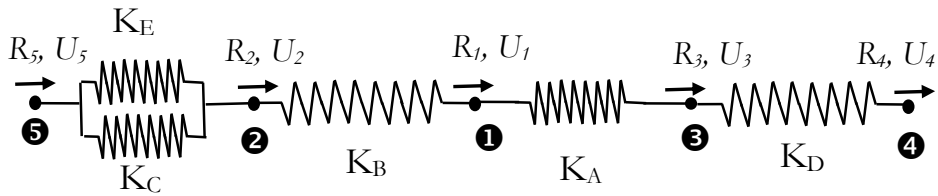
(α) Γιατί ονομάζονται μέθοδοι δυσκαμψίας;

(β) Και, γιατί ονομάζονται μέθοδοι μετακινήσεων;

Άσκηση 2: [18 μονάδες]

(α) Σχηματίστε το μητρώο δυσκαμψίας \mathbf{K} του πιο κάτω συστήματος ελατηρίων, χρησιμοποιώντας τους βαθμούς ελευθερίας ακριβώς όπως έχουν ορισθεί πιο κάτω.

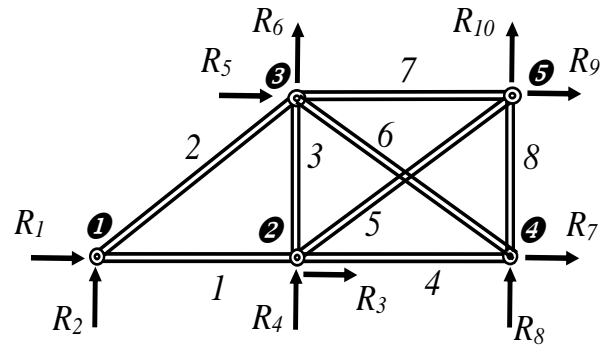
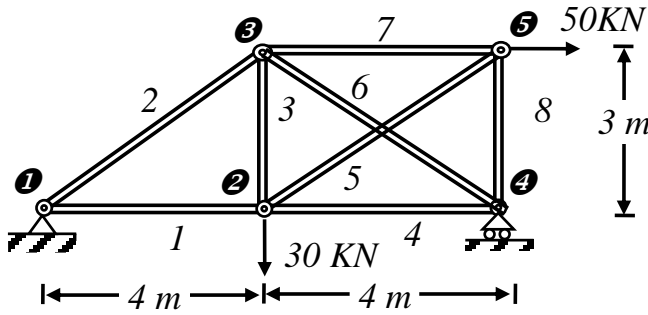
(β) Και, στη συνέχεια, σχηματίστε τα υπομητρώα \mathbf{K}_{ff} , \mathbf{K}_{fs} , \mathbf{K}_{sf} , και \mathbf{K}_{ss} , θεωρώντας ότι ο κόμβος 3 είναι στήριξη



Άσκηση 3: [19 μονάδες]

Το πιο κάτω επίπεδο δικτύωμα, έχοντας μέτρο ελαστικότητας του υλικού $E = 220 \text{ GPa}$ και εμβαδόν διατομής όλων των ράβδων $A=0.0025 \text{ m}^2$, θα επιλυθεί με τη Μέθοδο Άμεσης Δυσκαμψίας. Υπενθυμίζεται ότι το σχετικό υπομητρώο του μητρώου δυσκαμψίας του κάθε μέλους, στο απόλυτο σύστημα συντεταγμένων, δίνεται από την πιο κάτω σχέση:

$$\underline{k}_m^{ii} = \underline{k}_m^{jj} = \begin{bmatrix} c^2 & cs \\ cs & s^2 \end{bmatrix} \cdot \frac{A \cdot E}{L} = -\underline{k}_m^{ij} = -\underline{k}_m^{ji}$$



(α) Τι διαστάσεις θα έχει το μητρώο δυσκαμψίας \mathbf{K} του δικτύωματος;

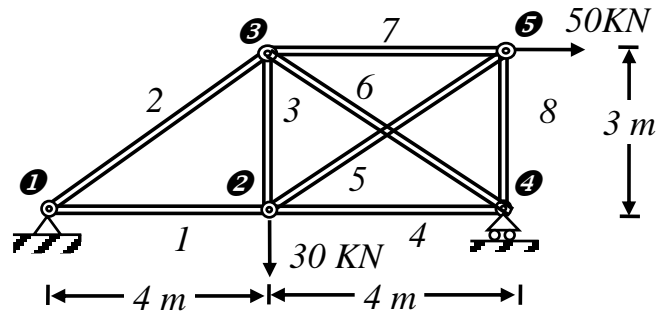
(β) Ζητείται όπως προσδιορίσετε ποιες τιμές πρέπει να προστεθούν (ή να αφαιρεθούν) αθροιστικά, και σε ποια ακριβώς στοιχεία (γραμμές και στήλες) του μητρώου δυσκαμψίας του δικτύωματος \mathbf{K} , για να ληφθεί υπόψη η δυσκαμψία της ράβδου 5 του δικτύωματος, δίνοντας τις κατάλληλες εντολές στο Matlab.

(γ) Ζητείται όπως προσδιορίσετε τα διανύσματα \mathbf{U}_s και \mathbf{R}_f του δικτυώματος, δίνοντας λεπτομερώς τόσο τους αντίστοιχους βαθμούς ελευθερίας (όπως είναι αριθμημένοι στο προηγούμενο σχήμα) όσο και τις τιμές τους.

Άσκηση 4: [12 μονάδες]

Ζητείται όπως γράψετε τις απαραίτητες εντολές στο GT-Strudl για να πραγματοποιήσετε **ανάλυση** του πιο κάτω επίπεδου δικτυώματος κάτω από τη συγκεκριμένη φόρτιση και να παρουσιάσετε τις **αντιδράσεις** στις στηρίξεις σε μονάδες N , τις **μετακινήσεις** σε mm και τα **εντατικά μεγέθη** σε KN , όλα με 6 δεκαδικά ψηφία. Το μέτρο ελαστικότητας του υλικού για όλες τις ράβδους του δικτυώματος ισούται με 220 GPA και το εμβαδόν της διατομής όλων των ράβδων ισούται 0.0025 m^2 .

(Στις τελευταίες σελίδες του γραπτού δίδονται ανακατεμένες οι κύριες εντολές του GT-Strudl, σε περίπτωση που κάτι έχετε ξεχάσει.)



Άσκηση 5: [24 μονάδες]

Κατά την ανάπτυξη του προγράμματος ανάλυσης με τη μέθοδο δυσκαμψίας θα πρέπει να σχηματιστεί το μητρώο δυσκαμψίας \mathbf{K} , ενός επίπεδου δικτυώματος, προσθέτοντας στις κατάλληλες θέσεις τα στοιχεία των μητρώων δυσκαμψίας όλων των μελών εκφρασμένα στο απόλυτο σύστημα συντεταγμένων. Εάν θεωρήσουμε ότι στα διανύσματα \mathbf{A} , \mathbf{E} και \mathbf{L} είναι αποθηκευμένες οι διατομές, το μέτρο ελαστικότητας και το μήκος του κάθε μέλους (με αύξοντα αριθμό των μελών της κατασκευής), στα διανύσματα $d\mathbf{C}$ και $d\mathbf{S}$ τα συνημίτονα κατευθύνσεως του κάθε μέλους και στα διανύσματα $sNode$ και $eNode$ οι κόμβοι αρχής και τέλους του κάθε μέλους (όλα σε σειρά με τον αύξοντα αριθμό του μέλους), ζητείται όπως γράψετε τις εντολές που απαιτούνται για να σχηματιστεί το μητρώο δυσκαμψίας της κατασκευής \mathbf{K} , το οποίο έχει ήδη αρχικοποιηθεί με μηδενικά στοιχεία

Υπενθυμίζεται ότι το σχετικό υπομητρώο του μητρώου δυσκαμψίας του κάθε μέλους, στο απόλυτο σύστημα συντεταγμένων, δίνεται από την πιο κάτω σχέση:

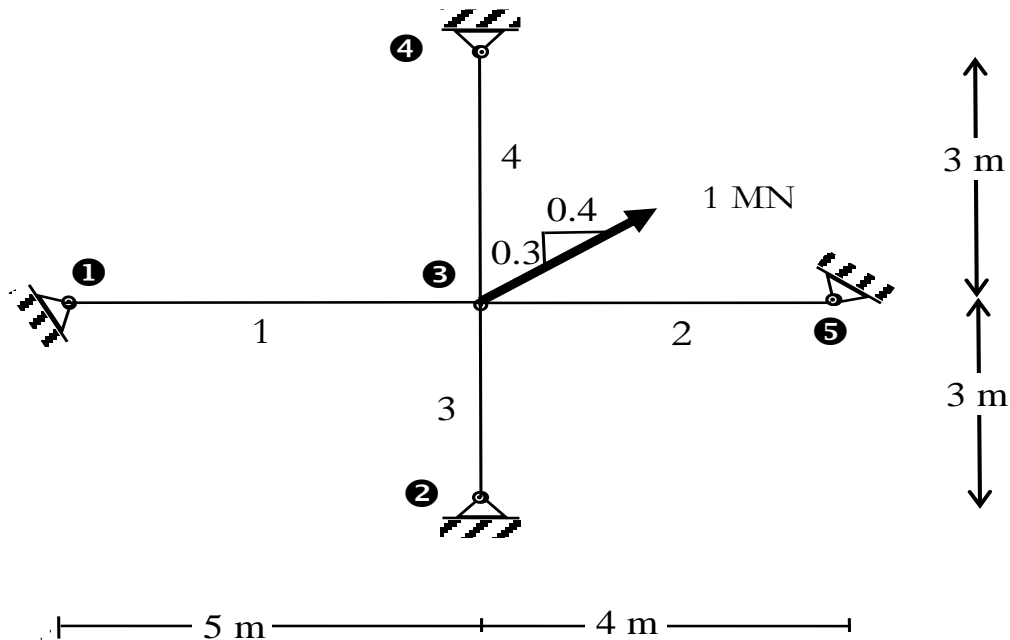
$$\underline{k}_m^{ii} = \underline{k}_m^{jj} = \begin{bmatrix} c^2 & cs \\ cs & s^2 \end{bmatrix} \cdot \frac{A \cdot E}{L} = -\underline{k}_m^{ij} = -\underline{k}_m^{ji}$$

Άσκηση 6: [23 μονάδες]

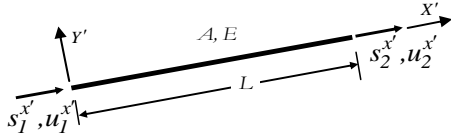
Εάν πρέπει να υπολογίσετε, με τη γραφική (χειρωνακτική) μέθοδο δυσκαμψίας, τις μετακινήσεις των κόμβων και τα εντατικά μεγέθη των μελών της πιο κάτω κατασκευής που αποτελείται από ράβδους δικτύωματος, θεωρώντας ότι οι παραμορφώσεις και μετακινήσεις είναι μικρές, το μέτρο ελαστικότητας του υλικού για όλες τις ράβδους ισούται με 220 GPa και το εμβαδόν της διατομής όλων των ράβδων ισούται με 0.001 m².

(α) Προσδιορίστε το μητρώο δυσκαμψίας, K_{ff} , θεωρώντας αμελητέες τις αξονικές και διατμητικές παραμορφώσεις, με αρίθμηση σύμφωνα με το σχήμα και το απόλυτο σύστημα συντεταγμένων XY.

(β) Δώστε τις κατάλληλες εντολές σε Matlab για να υπολογιστούν οι άγνωστες μετακινήσεις του πλαισίου και τα εντατικά μεγέθη (αξονικές δυνάμεις) των μελών.



ΣΧΗΤΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ



$$\begin{bmatrix} s_1^{x'} \\ s_1^{y'} \\ s_2^{x'} \\ s_2^{y'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \frac{A \cdot E}{L} \cdot \begin{bmatrix} u_1^{x'} \\ u_1^{y'} \\ u_2^{x'} \\ u_2^{y'} \end{bmatrix}$$

$$\underline{s}_m' = \underline{k}_m' \cdot \underline{u}_m' \Rightarrow \begin{bmatrix} s_1^{x'} \\ s_1^{y'} \\ s_2^{x'} \\ s_2^{y'} \end{bmatrix} = \underline{k}_m' \cdot \begin{bmatrix} u_1^{x'} \\ u_1^{y'} \\ u_2^{x'} \\ u_2^{y'} \end{bmatrix}$$

$$\underline{s}_m' = \underline{T}_m \cdot \underline{s}_m$$

$$\underline{u}_m' = \underline{T}_m \cdot \underline{u}_m$$

$$\underline{s}_m = \underline{T}_m^T \cdot \underline{k}_m' \cdot \underline{T}_m \cdot \underline{u}_m = \underline{k}_m \cdot \underline{u}_m$$

$$\underline{k}_m = \underline{T}_m^T \cdot \underline{k}_m' \cdot \underline{T}_m$$

$$\underline{k}_m = \begin{bmatrix} c^2 & cs & -c^2 & -cs \\ cs & s^2 & -cs & -s^2 \\ -c^2 & -cs & c^2 & cs \\ -cs & -s^2 & cs & s^2 \end{bmatrix} \cdot \frac{A \cdot E}{L}$$

$$\underline{k}_{mm}^{ii} = \underline{k}_{mm}^{jj} = \begin{bmatrix} c^2 & cs \\ cs & s^2 \end{bmatrix} \cdot \frac{A \cdot E}{L} = -\underline{k}_{mm}^{ij} = -\underline{k}_{mm}^{ji}$$

$$\underline{T}_m = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_{xx'} & \cos \theta_{yx'} & 0 & 0 \\ \cos \theta_{xy'} & \cos \theta_{yy'} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \theta_{xx'} & \cos \theta_{yx'} \\ 0 & 0 & \cos \theta_{xy'} & \cos \theta_{yy'} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \underline{R}_f \\ \underline{R}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{K}_{ff} & \underline{K}_{fs} \\ \underline{K}_{sf} & \underline{K}_{ss} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_f \\ \underline{U}_s \end{bmatrix}$$

$$\underline{U}_s = \underline{U}_s^* \Rightarrow \underline{R}_f = \underline{K}_{ff} \cdot \underline{U}_f + \underline{K}_{fs} \cdot \underline{U}_s^* \\ \underline{U}_f = \underline{K}_{ff}^{-1} \cdot (\underline{R}_f - \underline{K}_{fs} \cdot \underline{U}_s^*)$$

$$\underline{R}_s = \underline{K}_{sf} \cdot \underline{U}_f + \underline{K}_{ss} \cdot \underline{U}_s^*$$

GT-Strudl

Ενδεικτικές εντολές GT-Strudl (ανακατεμένες)

LOADING 1	LOADING 2 'Epiballomena fortia'
JOINT LOADS	JOINT LOADS
1 FORCE Y -100.0	4 MOMENT Z 500E3
2 MOMENT Z -80.0	STIFFNESS ANALYSIS
FINISH	OUTPUT DECIMAL 5
JOINT COORDINATES	TYPE SPACE TRUSS
1 4 0	LIST SUM REACTIONS
2 8 0	LIST DISPLACEMENTS
.....	CINPUT
LIST REACTIONS	TYPE PLANE FRAME
STATUS SUPPORT JOINTS 5 6 ...	MEMBER INCIDENCES
JOINT RELEASES	1 3 1
3 FORCE X	2 3 4
CONSTANTS
E 200e9 ALL	STRUDL 'T3_3' 'Test 3_3'
MEMBER PROPERTIES	LIST FORCES
1 TO 2 AX 1000 AY 1000 IZ 0.0054	UNITS M N CENTIGRADE
4 AX 1000 AY 1000 IZ 0.0027	
.....	